

①



گزینه درست: ۴

سوال ۱

در مرحله‌ی اول شعاع بزرگ‌ترین دایره برابر R است. در مرحله‌ی دوم شعاع هر یک از دایره‌ها $\frac{R}{۲}$ برابر است و در مرحله‌ی سوم شعاع هر یک از دایره‌های تشکیل شده $\frac{R}{۴}$ است و ...



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{جمله اول} : ۲\pi R = P_1 \\ \text{جمله دوم} : ۲(۲\pi(\frac{R}{۲})) = ۲\pi R = P_1 \\ \text{جمله سوم} : ۴(۲\pi(\frac{R}{۴})) = ۲\pi R = P_1 \\ \vdots \end{cases}$$

$\Rightarrow$ جملات دنباله : $P_1, P_1, P_1, \dots$

②

گزینه درست: ۳

سوال ۲

اگر دو عدد x و y در نظر بگیریم، $۹, x, y, ۳$ را خواهیم داشت که $۳, x, y, ۹$ تشکیل دنباله‌ی هندسی و $x, y, ۹$ تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند و در نتیجه:

$$\frac{x}{۳} = \frac{y}{۹}, y - x = ۹ - y$$

با حذف y از این دو معادله داریم:

$$۲x^۲ - ۳x - ۲۷ = ۰ \Rightarrow (۲x - ۹)(x + ۳) = ۰$$

چون x باید مثبت باشد، پس $x = \frac{۹}{۲}$ قابل قبول است، در نتیجه $y = \frac{۲۷}{۴}$ بنابراین $x + y = \frac{۴۵}{۴}$ است.

③

گزینه درست: ۲

سوال ۳

$$\begin{cases} a_۵ + a_۶ = ۲ \\ a_۵ - a_۷ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_۵ + a_۵q = ۲ \\ a_۵ - a_۵q^۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_۵(1 + q) = ۲ \\ a_۵(1 - q^۲) = ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a_۵(1 + q)}{a_۵(1 - q^۲)} = ۲ \Rightarrow q = \frac{1}{۲}$$

$$a_۵ = \frac{۲}{1 + q} \xrightarrow{\times q^۲} a_۵q^۲ = \frac{۲q^۲}{1 + q} \Rightarrow a_۷ = \frac{۲q^۲}{1 + q} = \frac{۲(\frac{1}{۲})^۲}{1 + \frac{1}{۲}} = \frac{1}{۳}$$

۴

گزینه درست: ۴

سوال ۴

گزینه «۴»

اگر جملات را به صورت زیر در نظر بگیریم، داریم:

$$a, aq, aq^2, \dots, aq^{19}$$

جملات با شماره جمله زوج: $aq, aq^3, aq^5, \dots, aq^{19}$

$$\text{ضرب جملات با شماره جمله زوج} = (aq \times aq^{19}) (aq^3 \times aq^{17}) \dots (aq^9 \times aq^{11})$$

$$= (a^2 q^{20})^5 = (aq^{10})^{10} = (a_{11})^{10} = 10^{24}$$

$$\Rightarrow (a_{11})^{10} = 2^{10} \Rightarrow a_{11} = 2$$

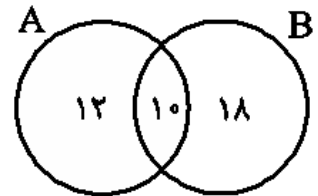
۵

گزینه درست: ۴

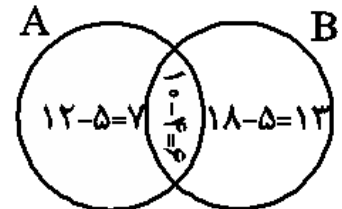
سوال ۵

گزینه «۴»

چون مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو است. پس $(A \cap B)$ دارای $40 - 12 - 18 = 10$ عضو است.



حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 7 + 6 + 13 = 26$$

۶

گزینه درست: ۱

سوال ۶

$$S_n = a_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{و} \quad S_{13} = 273 S_7$$

$$\Rightarrow a_1 \times \frac{1 - q^{13}}{1 - q} = 273 a_1 \times \frac{1 - q^7}{1 - q}$$

$$\xrightarrow[q \neq 1]{\text{ساده کنید}} 1 - q^{13} = 273 (1 - q^7)$$

$$\Rightarrow (1 - q^7)(1 + q^7 + q^{14}) = 273(1 - q^7)$$

$$q^7 = t \Rightarrow t + t^2 = 272 \Rightarrow t(1 + t) = 272$$

$$\xrightarrow{\text{دو عدد متوالی}} \begin{cases} t = 16 \text{ ق ق} \\ t = -17 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$t = 16 \Rightarrow q^7 = 16 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow \frac{a_5}{a_2} = q^3 = (2)^3 = 8$$

چون جملات دنباله روند افزایشی دارند، پس $q > 0$ است.

۷

گزینه درست: ۴

سوال ۷

مجموع n جمله اول از یک دنباله حسابی برابر است با:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2} (2a_1 + dn - d) \\ &= a_1 n + \frac{dn^2}{2} - \frac{dn}{2} \\ \Rightarrow S_n &= \frac{d}{2} n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n \end{aligned}$$

S_n بر حسب n از درجه دوم است، پس ضریب درجه ۳ باید صفر شود. یعنی $P = -2$ بنابراین:

$$S_n = 2n^2 + 2n$$

همچنین ضریب n^2 برابر $\frac{d}{2}$ است، یعنی: $\frac{d}{2} = 2$ بنابراین $d = 4$.

۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه ی «۳»

برای محاسبه ی مجموع n جمله ی یک دنباله ی هندسی از رابطه $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ استفاده می کنیم و برای محاسبه مجموع جملات با ردیف فرد از همان رابطه استفاده می کنیم فقط در این حالت قدرنسبت q^2 و تعداد جملات $\frac{n}{2}$ خواهد بود پس خواهیم داشت.

$$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}_n = \underbrace{2(a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{\frac{n}{2}})}_{\frac{n}{2}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-1} \\ = 2(a_1 + a_1 q^2 + a_1 q^4 + \dots + a_1 q^{n-2}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2a_1(1-(q^2)^{\frac{n}{2}})}{1-q^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{2(1-q^n)}{(1-q)(1+q)} \Rightarrow 1 = \frac{2}{1+q} \Rightarrow 1+q = 2 \Rightarrow q = 1$$

$$\text{واسطه ی هندسی بین جملات ۴ ام و ۱۰ ام} = \sqrt{a_4 a_{10}} = \sqrt{(a_1 q^3)(a_1 q^9)} = a_1 q^6$$

$$\frac{a_1 q^6}{a_1 q^2} = q^4 = 2^4 = 16$$

۹

گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه ی «۱»

صورت و مخرج کسر، مجموع دو دنباله ی هندسی هستند.

$$\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^8 + t^7 + 1} \stackrel{a_1=1, q=t}{\underset{b_1=1, q=t^2}{=}} \frac{1(1-t^{12})}{1-t} \cdot \frac{1(1-(t^2)^6)}{1-t^2}$$

$$= \frac{1-t^{12}}{1-t} = \frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t} = 1+t+t^2$$

با توجه به اینکه $t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ داریم:

$$\begin{aligned} 2t+1 &= \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان دو}} (2t+1)^2 = (\sqrt{5})^2 \\ \rightarrow 4t^2 + 4t + 1 &= 5 \rightarrow 4(t^2 + t) = 4 \rightarrow t^2 + t = 1 \end{aligned}$$

$$= t + t^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

بنابراین حاصل کسر برابر است با:

گزینه درست: ۲

سوال ۱۰

محیط مستطیل اول، ۶ سانتی‌متر و محیط مستطیل دوم به دلیل آن‌که اضلاعش، ۱ و $\frac{1}{p}$ است، برابر ۳ می‌باشد، پس محیط مستطیل‌ها در هر مرحله عبارتند از:

$$6, 3, \frac{3}{p}, \dots$$

که یک دنباله هندسی با جمله اول $a_1 = 6$ و قدر نسبت $\frac{1}{p}$ داریم، با توجه به خواسته مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{S_6}{a_1} = \frac{a_1 \left(1 - \left(\frac{1}{p}\right)^6\right)}{1 - \frac{1}{p}} = \frac{1 - \frac{1}{6^6}}{1 - \frac{1}{p}} = \frac{6^6}{3^2}$$

۱۱

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱

گزینه «۴»

$$\alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha \beta (\alpha + \beta) = \frac{5}{4} \Rightarrow P \times S = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}} \frac{m+1}{2} \times \frac{m-3}{2} &= \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{m^2 - 2m - 3}{4} = \frac{5}{4} \\ &\Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

پس $m = 4 \Rightarrow y = 2x^2 - x + 5 \Rightarrow \Delta < 0$ غیرقابل قبول است
پس $m = -2 \Rightarrow y = 2x^2 + 5x - 1 \Rightarrow \Delta > 0$ قابل قبول است

۱۲

گزینه درست: ۲

سوال ۱۲

گزینه «۲»

α ریشه معادله است پس باید در آن صدق کند.

$$\begin{aligned} \alpha^2 - 3\alpha - 5 &= 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha + 5 \xrightarrow{\times \alpha} \\ \alpha^3 &= 3\alpha^2 + 5\alpha \xrightarrow{\alpha^2 = 3\alpha + 5} \alpha^3 = 14\alpha + 15 \\ \alpha^3 + 14\beta &= 14\alpha + 15 + 14\beta = 14(\alpha + \beta) + 15 = 14S + 15 \\ S &= \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} \xrightarrow{} \alpha^3 + 14\beta = 14 \times 3 + 15 = 57 \end{aligned}$$

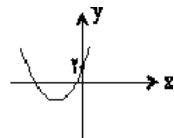
۱۳

گزینه درست: ۴

سوال ۱۳

گزینه «۴»

عرض از مبدأ تابع برابر ۲ است و اگر ریشه‌هایش نیز منفی باشند، نمودار باید به صورت زیر باشد:



شرط آنکه سهمی دارای دو ریشه منفی (مطابق شکل) باشد، آن است که:

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2 \\ S < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \\ P > 0 \Rightarrow \frac{2}{m-2} > 0 \Rightarrow m > 2 \\ \Delta > 0 \Rightarrow 4(m+1)^2 - 4(m-2)(2) = m^2 + 5 > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \end{cases}$$

مجموعه‌های بالا هیچ اشتراکی ندارند. بنابراین گزینه «۴» پاسخ است.

۱۴

گزینه درست: ۲

سوال ۱۴

گزینه «۲»

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ریشه‌های جدید $\{\alpha\beta^3, \alpha^3\beta\}$

$$S_{\text{جدید}} = \alpha\beta^3 + \alpha^3\beta = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = P(S^2 - 2P) = -\frac{1}{2}\left(\frac{9}{4} + 1\right) = -\frac{13}{8}$$

$$P_{\text{جدید}} = (\alpha\beta^3)(\alpha^3\beta) = (\alpha\beta)^4 = P^4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{13}{8}x + \frac{1}{16} = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 + 26x + 1 = 0 \Rightarrow k = 26$$

۱۵

گزینه درست: ۱

سوال ۱۵

گزینه «۱»

$$y_{\min} = \frac{-\Delta'}{\alpha} = 2 \rightarrow \frac{-(36 - m(5m - 1))}{m} = 2 \rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0$$

$$\rightarrow m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{10} = \frac{3 \pm 27}{10} \begin{cases} m = 3 \\ m = -2/4 \end{cases} \quad \text{ok(min)} \quad \text{تابع دارد} \rightarrow x = \frac{-b}{2\alpha} = \frac{12}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

۱۶

گزینه درست: ۲

سوال ۱۶

گزینه «۲»

ضابطه f را به صورت $f(x) = 4\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 1$ می‌نویسیم.

پس برای تبدیل نمودار f به نمودار g ، کافی است f را $\frac{1}{4}$ واحد به چپ و ۱ واحد به بالا انتقال دهیم و در انتها عرض نقاط آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم.

(۱۷)

سوال ۱۷

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

برای تبدیل نمودار تابع g به نمودار h ابتدا لازم است آن را ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم. پس مختصات نقطه A پس از این انتقال به صورت $A'(a, 1)$ خواهد بود.

در ضمن می‌دانیم نقطه A بر روی تابع $g(x)$ قرار دارد، پس داریم:

$$g(2) = -1 \Rightarrow f(4-1) - 1 = -1 \Rightarrow f(3) = 0$$

حال ورودی تابع $y = f(3x+4) + 1$ را برابر ۳ قرار می‌دهیم تا طول نقطه جدید به دست آید.

$$3a + 4 = 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \Rightarrow A'(-\frac{1}{3}, 1)$$

بنابراین نقطه جدید در ربع دوم قرار دارد.

(۱۸)

سوال ۱۸

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

دامنه تابع f بازه $D_f = [-1, 4]$ است، پس برای به دست آوردن برای دامنه تابع $g(x) = -3f(\frac{-x}{2} + 2)$ باید مقدار $\frac{-x}{2} + 2$ در بازه $[-1, 4]$ قرار داشته باشد:

$$\begin{aligned} \left(\frac{-x}{2} + 2\right) \in [-1, 4] &\Rightarrow -1 \leq \frac{-x}{2} + 2 \leq 4 \\ &\Rightarrow -3 \leq \frac{-x}{2} \leq 2 \Rightarrow -4 \leq x \leq 6 \\ &\Rightarrow D_g = [-4, 6] \end{aligned}$$

بنابراین دامنه تابع g شامل ۶ عدد طبیعی ۱ تا ۶ است.

(۱۹)

سوال ۱۹

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned} g = f(x) &\xrightarrow{x \rightarrow -x} y = f(-x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} \\ y = f(-(x+3)) &= f(-x-3) \xrightarrow{f \rightarrow 4f} 4f(-x-3) \end{aligned}$$

(۲۰)

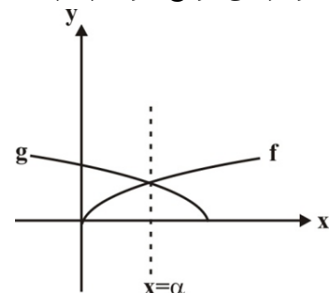
سوال ۲۰

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} &\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} y = \sqrt{-x} \\ &\xrightarrow{\text{واحد به راست } 4} g(x) = \sqrt{-(x-4)} = \sqrt{4-x} \end{aligned}$$

نمودارهای توابع f و g را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



دو تابع به ازای خط $x = \alpha$ که طول نقطه برخورد دو تابع است، متقارن هستند، بنابراین:

$$\sqrt{4-x} = \sqrt{x} \Rightarrow 4-x = x \Rightarrow x = 2 = \alpha$$

①

گزینه درست: ۳

سوال ۱

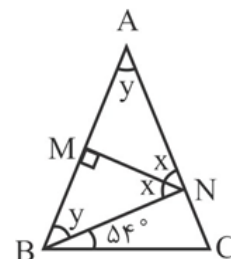
دشوار

درصد پاسخگویی: ۲۶%

سراسری ۱۴۰۱

گزینه «۳»

مطابق شکل فرض کنید $\hat{MNB} = x$, $\hat{A} = y$ باشد.



نقطه N روی عمود منصف پاره خط AB قرار دارد، پس دو مثلث AMN و BMN هم نشت هستند و در نتیجه $\hat{MBN} = y$ است.

$$AB = AC \Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = y + 54^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow y + (y + 54^\circ) + (y + 54^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3y = 72^\circ \Rightarrow y = 24^\circ$$

$$\triangle BMN : x + y = 90^\circ \Rightarrow X = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ \quad B$$

②

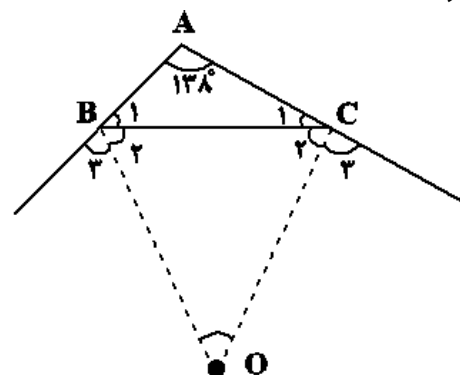
گزینه درست: ۱

سوال ۲

متوسط

سوالات کتاب زرد ۱۳۹۹

گزینه «۱»

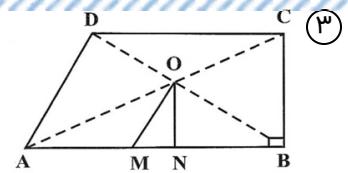


$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$$

$$\Rightarrow (\hat{B}_7 + \hat{B}_8) + (\hat{C}_7 + \hat{C}_8) = 360^\circ - 42^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{B}_7 + 2\hat{C}_7 = 318^\circ \Rightarrow \hat{B}_7 + \hat{C}_7 = 159^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O} = 180^\circ - 159^\circ = 21^\circ$$



گزینه «۱»

سوال ۳

گزینه درست: ۱

کنکور سراسری ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۰٪

متوسط

$$\triangle BAD : OM \parallel AD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{DO}{BD} \quad (1)$$

$$\triangle ABC : ON \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BN}{AB} = \frac{CO}{AC} \quad (2)$$

$$\triangle DOC \sim \triangle AOB \Rightarrow \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}}$$

$$\frac{DO}{BD} = \frac{CO}{AC} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{BN}{AB} \Rightarrow AM = BN \Rightarrow \frac{AM}{BN} = 1$$

۴

گزینه «۳»

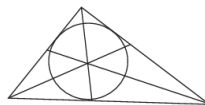
سوال ۴

گزینه درست: ۳

سراسری ۱۴۰۳

متوسط

نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث از سه ضلع مثلث به یک فاصله است و مرکز دایره محاطی مثلث است:



۵

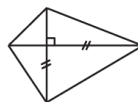
گزینه «۳»

سوال ۵

گزینه درست: ۳

سراسری ۱۴۰۳

متوسط



۶

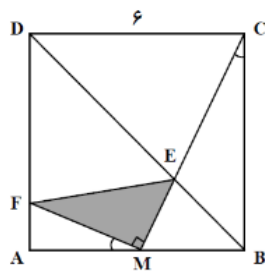
گزینه «۳»

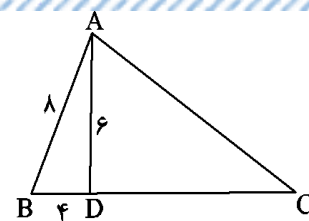
سوال ۶

گزینه درست: ۳

سراسری ۱۴۰۳

متوسط





دشوار

درصد پاسخگویی ۱۸٪

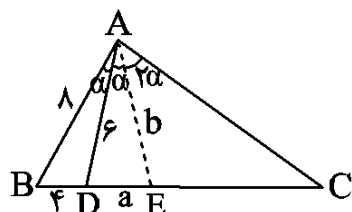
سراسری ۱۴۰۲

گزینه درست: ۱

سوال ۷

گزینه ۱

اگر AE را نیمساز زاویه A در نظر بگیریم، آن‌گاه AD نیمساز زاویه $\hat{BAE}$ است. با استفاده از قضیه نیمسازها می‌توانیم بنویسیم:



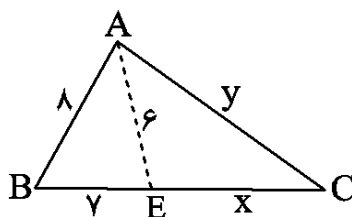
$$\triangle ABE: \frac{8}{b} = \frac{6}{a} \Rightarrow b = 2a$$

$$AD^2 = AB \times AE - BD \times DE$$

$$\Rightarrow 36 = 8b - 4a = 16a - 4a = 12a$$

$$\Rightarrow a = 3, b = 6$$

و همین مراحل را برای مثلث $\triangle ABC$ انجام می‌دهیم؛



$$\frac{8}{y} = \frac{6}{x} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x$$

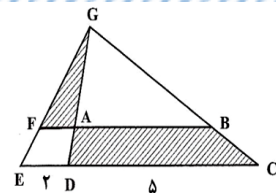
$$AE^2 = AB \times AC - BE \times EC$$

$$36 = 8y - 4x = \frac{32}{3}x - 4x = \frac{16}{3}x$$

$$\Rightarrow x = 36 \times \frac{3}{16} = 16/4$$

$$\Rightarrow AC = y = \frac{4}{3} \times 36 \times \frac{3}{16} = 18$$

۸



گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۸٪

کنکور سراسری ۱۳۹۹

$$AF \parallel DE \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AGF \sim \triangle DGF$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AGF}}{S_{DGF}} = \left(\frac{AG}{DG} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AGB \sim \triangle DGC$$

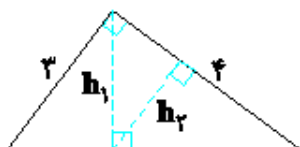
$$\Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{DGC}} = \left(\frac{AG}{DG} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{DGC}} = 1 - \frac{S_{AGB}}{S_{DGC}} = \frac{5}{9}$$

دو مثلث DGE و DGC در ارتفاع وارد از رأس G مشترک‌اند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست، در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{DGE}}{S_{DGC}} = \frac{ED}{DC} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{AGE}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{4}{9} S_{DGE}}{\frac{5}{9} S_{DGC}} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{25} = \frac{32}{100}$$



۹

گزینه درست: ۲

سوال ۹

گزینه ۲

$$AD = h_1$$

$$DE = h_2$$



$$\text{طبق قضیه فیثاغورس: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 9 + 16 = 25$$

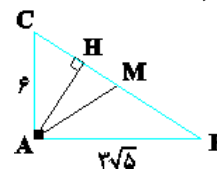
$$\Rightarrow BC = 5$$

در دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه ABC و ACD، به‌ترتیب h_1 و h_2 ارتفاع‌های وارد بر وتر هستند، پس نسبت آن‌ها برابر با نسبت

تشابه است، یعنی:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴



طبق قضیه فیثاغورس: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{36 + 45} = \sqrt{81} = 9 \Rightarrow MC = MB = 4/5$$

از طرفی می‌دانیم $AB \times AC = AH \times BC$ ، پس:

$$AH = \frac{AC \times AB}{BC} = \frac{6 \times 2\sqrt{5}}{9} = 2\sqrt{5}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ACH داریم:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 36 - 20 = 16 \Rightarrow HC = 4$$

دریافتیم که طول MC برابر ۴/۵ است پس طول HM برابر است با:

$$HM = MC - HC = 4/5 - 4 = 0/5$$

حال نسبت مساحت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMH}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times AH \times HM} = \frac{BC}{HM} = \frac{9}{0/5} = 18$$

۱

گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

باید ثابت کنیم:

$$a + b + \frac{1}{a+b} \geq 2$$

با استفاده از استدلال بازگشتی داریم:

$$a + b + \frac{1}{a+b} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{(a+b)^2 + 1}{a+b} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 + 1 \geq 2a + 2b$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 2a - 2b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a+b-1)^2 \geq 0$$

۲

گزینه درست: ۳

سوال ۲

گزینه «۳»

می‌دانیم حاصل ضرب عدد گویا در عدد گویا، عددی گویا است. بنابراین:

$$6\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}\right) \in Q$$

بنابراین $3\alpha + 2\beta$ عددی گویا است. از طرفی:

$$2\alpha + 3\beta = \frac{2}{3}(3\alpha + 2\beta) + \frac{5}{3}\beta$$

که $\frac{2}{3}(3\alpha + 2\beta)$ طبق نتیجه بالا عددی گویا است و $\frac{5}{3}\beta$ طبق فرض عددی گنگ است و در عین حال با برهان خلف ثابت می‌شود مجموع عددی گویا و عددی گنگ همیشه گنگ است و در نتیجه $2\alpha + 3\beta$ گنگ خواهد بود.

۳

گزینه درست: ۲

سوال ۳

گزینه «۲»

گزینه درست گزینه‌ای است که $f\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ عدد گویا شود.

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow 2x - 1 = \sqrt{5} \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 5 \Rightarrow x^2 - x = 1$$

اگر $f(x) = x^2 - x + 5$ آن‌گاه $f\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) = 6$ می‌شود.

۴

گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

برای عدد صحیح a ، اگر a^2 زوج باشد، a نیز زوج است. بنابراین چون $\left(\frac{n(n+1)}{3}\right)^2$ زوج است. $\frac{n(n+1)}{3}$ نیز زوج است، $n(n+1)$ حاصل ضرب دو عدد متوالی و قطعاً زوج است. بنابراین کافی است $n = 3k$ یا $n+1 = 3k$ باشد.

$$n = 3k \Rightarrow 20 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{تعداد: } 33 - 7 + 1 = 27$$

$$n = 3k - 1 \Rightarrow 20 \leq 3k - 1 \leq 100 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{تعداد: } 27$$

بنابراین مجموعاً ۵۴ عدد طبیعی برای n از مجموعه مورد نظر وجود دارد.

۵

گزینه درست: ۴

سوال ۵

گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ مثال نقض: عدد گویا: صفر - عدد گنگ: $\sqrt{5}$

(۲) نادرست؛ مثال نقض: به ازای $n = 6$ ، اعداد ۶۳ و ۶۵ به دست می‌آیند که هیچ کدام عدد اول نیستند.

(۳) نادرست؛ مثال نقض: $n = 3$

(۴) درست؛ زیرا برای این‌که رابطه گفته شده، درست باشد، باید حداقل یکی از اعداد a یا b صفر باشد:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a+b = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{ab} = 0 \Rightarrow a=0 \text{ یا } b=0$$

۶

گزینه درست: ۴

سوال ۶

گزینه «۴»

هر چهار مورد نادرست هستند و برای آن‌ها می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

عکس گزاره «الف» درست است، به عبارتی اگر عددی اول و بزرگ‌تر از ۳ باشد می‌توان آن را به صورت $6k \pm 1$ نوشت ولی $k = 20$ مثال

نقض مناسبی برای این گزاره است، زیرا $121 = 6 \times 20 + 1$ و بر ۱۱ بخشپذیر است و $119 = 6 \times 20 - 1$ و بر ۷ و ۱۷ بخشپذیر است و در نتیجه هیچ‌کدام عدد اول نیستند.

گزاره «ب»: اگر $x = \sqrt{2}$ ، $y = \sqrt{5}$ باشد، $x^y = (\sqrt{5}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{5})^2 = 5$ عددی گویا است.

گزاره «پ»: به ازاء $n = 5$ ، این عدد مرکب و بر ۶۴۱ بخشپذیر است.

گزاره «ت»: به ازاء $n = 6$ ، این عدد برابر $6^6 - 1 = 46655$ و بر ۲۱ بخشپذیر است.

۷

گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

نکته: میانگین پنج عدد طبیعی و متوالی همان عدد وسطی است.

پس میانگین اعداد $a_1, a_2, \dots, a_5$ برابر a_3 است و در نتیجه a_3 عددی فرد است. به همین ترتیب a_1 و a_5 اعدادی فرد و a_2 و a_4

اعدادی زوج هستند. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

زوج = فرد + فرد = $5a_1 + 7a_5$ ۱)

فرد = فرد + زوج = $2a_3 + a_5$ ۲)

زوج = زوج + زوج = $4a_2 + 2a_4$ ۳)

زوج = زوج + زوج = $a_2 + 6a_3$ ۴)

۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$$

روش اثبات بازگشتی بوده و از رابطه بدیهی $(x - y)^2 \geq 0$ استفاده می‌شود..

۹

گزینه درست: ۲

سوال ۹

گزینه «۲»

میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسط است. از طرفی عبارت $\frac{\sum_{i=1}^5 a_i}{5}$ همان میانگین اعداد a_1 تا a_5 است که برابر عدد وسط آن‌ها یعنی a_3 می‌شود و در نتیجه داریم:

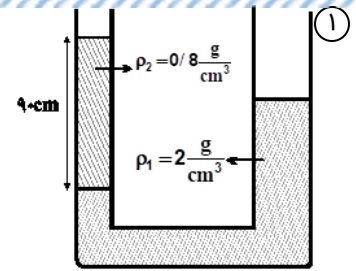
$$a_3 - a_1 = 2$$

۱۰

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰

در اثبات به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد و در پایان به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض می‌رسیم. در واقع به جای اثبات ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، عکس نقیض این ترکیب شرطی یعنی $\sim q \Rightarrow \sim p$ را اثبات می‌کنیم بنابراین در این سؤال کافی است نشان دهیم «اگر n مضرب ۵ نباشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ نیست.»

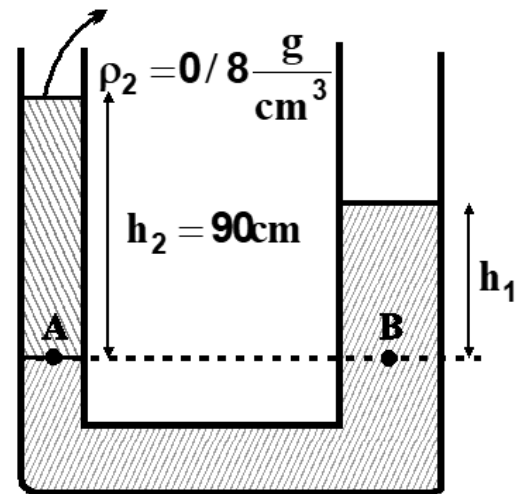


گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

با توجه به شکل زیر و قبل از وارد کردن آب به لوله سمت راست، h_1 را می‌یابیم. دقت کنید فشار نقاط هم‌تراز A و B که در یک مایع واقع‌اند، یکسان است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_o + \rho_2 g h_2 = P_o + \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow 0.8 \times 90 = 2 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 36 \text{ cm}$$

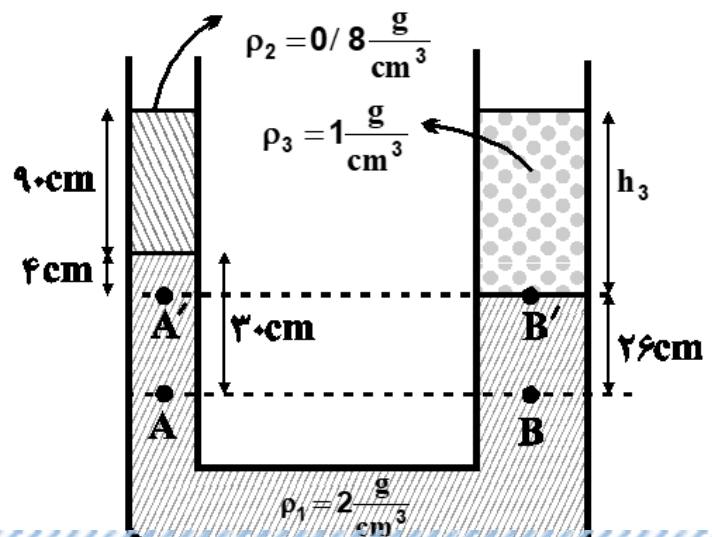
اکنون، با وارد کردن آب در لوله سمت راست، باید مشخص کنیم در این لوله مایع ρ_1 چند سانتی‌متر پایین می‌رود. چون حجم مایع جابه‌جا شده در لوله‌ها یکسان است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h'_1 = A_2 h'_2$$

$$\frac{A_1 = 3 \text{ cm}^2, A_2 = 1 \text{ cm}^2}{h'_2 = 3 \text{ cm}}$$

$$30 \times 10 = 30 \times h'_1 \Rightarrow h'_1 = 10 \text{ cm}$$

می‌بینیم برای آن‌که مایع (۱) در لوله سمت چپ ۳۰ cm بالا رود، باید در لوله سمت راست ۱۰ cm پایین رود. بنابراین با توجه به شکل زیر و هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A' و B'، ارتفاع آب در لوله سمت راست را می‌یابیم و به دنبال آن، جرم آب را پیدا می‌کنیم.



$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_o + \rho_f g h_f + \rho_l g h_l = P_o + \rho_f g h_f$$

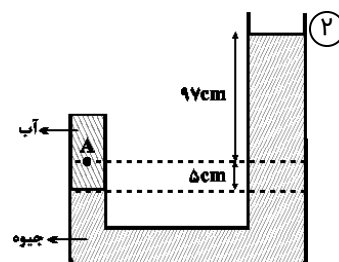
$$\Rightarrow \rho_f h_f + \rho_l h_l = \rho_f h_f$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 90 + 1 \times 4 = 1 \times h_f \Rightarrow h_f = 80 \text{ cm}$$

در آخر جرم آب اضافه شده برابر است با:

$$m = \rho V \xrightarrow{V=Ah} m = \rho_{\text{آب}} A_l h_f$$

$$\xrightarrow[A_l=30 \text{ cm}^2]{h_f=80 \text{ cm}} m = 1 \times 30 \times 80 = 2400 \text{ g}$$

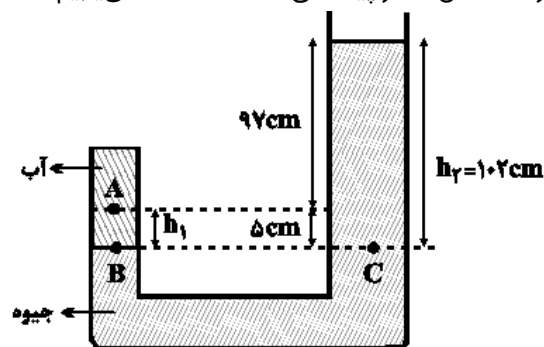


گزینه درست: ۴

سوال ۲

گزینه «۴»

با توجه به این که در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است، با استفاده از هم‌فشاری دو نقطه هم‌تراز B و C، مقدار $P_A - P_o$ را که همان فشار پیمانه‌ای نقطه A است، می‌یابیم:



$$P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_l = P_o + \rho_{\text{چربی}} g h_f$$

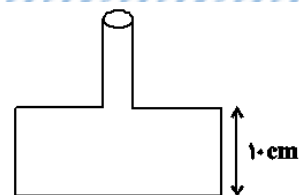
$$\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_l = 0.05 \text{ m}$$

$$\rho_{\text{چربی}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_f = 1.02 \text{ m}$$

$$P_A + 1000 \times 10 \times 0.05 = P_o + 13600 \times 10 \times 1.02$$

$$\Rightarrow P_A - P_o = 138720 - 500$$

$$\Rightarrow P_g = 138220 \text{ Pa} = 138.22 \text{ kPa}$$



گزینه درست: ۳

سوال ۳

گزینه «۳»

ابتدا مساحت سطح مقطع پایین ظرف را می‌یابیم و حجم آن را حساب می‌کنیم:

$$A_1 = \pi r^2 \xrightarrow{r = \frac{D}{2}} A_1 = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$\xrightarrow{D = 4 \text{ cm}} A_1 = 3 \times \frac{1600}{4} = 1200 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = A_1 h_1 \xrightarrow{h_1 = 10 \text{ cm}} V_1 = 1200 \times 10 = 12000 \text{ cm}^3$$

اکنون مشخص می‌کنیم از ۱۵ لیتر مایع چند لیتر آن در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد و سپس ارتفاع مایع قسمت باریک را حساب می‌کنیم. دقت کنید، برای سادگی محاسبه، لیتر را به cm^3 تبدیل می‌کنیم. چون هر لیتر برابر 1000 cm^3 است، بنابراین حجم کل مایع 15000 cm^3 است که $V_1 = 12000 \text{ cm}^3$ آن در قسمت بزرگ‌تر ظرف و $V_2 = 15000 - 12000 = 3000 \text{ cm}^3$ در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد. با توجه به این که مساحت سطح مقطع باریک ظرف 100 cm^2 است، ارتفاع آن برابر است با:

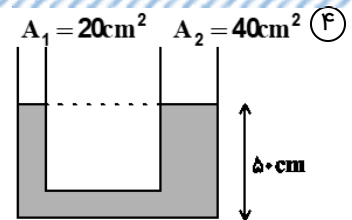
$$V_2 = A_2 h_2 \xrightarrow[A_2 = 100 \text{ cm}^2]{A_2 = 100 \text{ cm}^2} 3000 = 100 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 30 \text{ cm}$$

در پایان به صورت زیر چگالی مایع را پیدا می‌کنیم. ارتفاع مایعی که بر کف ظرف فشار وارد می‌کند برابر در این حالت داریم:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho gh A_1 \xrightarrow[h = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, F = 2400 \text{ N}]{A_1 = 1200 \text{ cm}^2 = 1200 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$2400 = \rho \times 10 \times 0.4 \times 1200 \times 10^{-4} \Rightarrow \rho = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

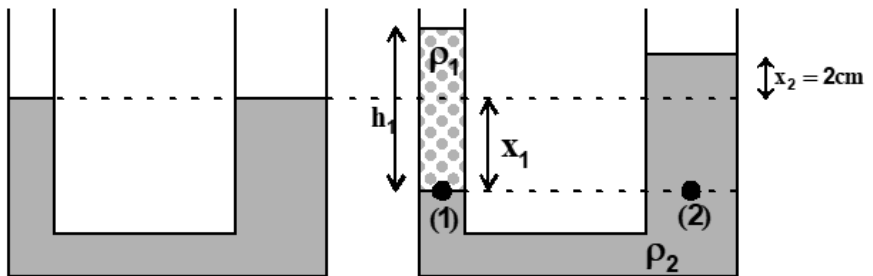


گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

هرگاه مایعی به شاخه سمت چپ اضافه شود، سطح مایع اولیه در این شاخه به اندازه x_1 پایین می‌رود و در شاخه سمت راست، سطح مایع به اندازه x_2 بالا می‌رود. بنابراین طبق صورت سؤال $x_2 = 2 \text{ cm}$ می‌باشد.



حجم مایع جابه‌جا شده در دو طرف لوله یکسان می‌باشد، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 x_1 = A_2 x_2$$

$$20 \times x_1 = 40 \times 2 \Rightarrow x_1 = 4 \text{ cm}$$

در نهایت طبق اصل هم‌فشاری در نقاط (۱) و (۲) داریم:

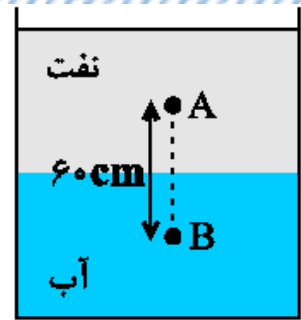
$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 (x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow 0.6 h_1 = 1/5 (4 + 2) \Rightarrow h_1 = 15 \text{ cm}$$

به عبارت دیگر ارتفاع مایع اضافه شده به سمت چپ برابر 15 cm می‌باشد. در نتیجه جرم مایع اضافه شده برابر است با:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 h_1 = 0.6 \times 20 \times 15 = 180 \text{ g}$$

۵

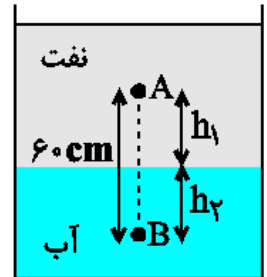


گزینه درست: ۲

سوال ۵

گزینه «۲»

با توجه به شکل و رابطه فشار مایعات بر حسب عمق آنها، داریم:



$$P_B - P_A = \rho_{\text{نفت}} h_1 + \rho_{\text{آب}} g h_2 \xrightarrow{\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{g}{cm^3} = 800 \frac{kg}{m^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}}$$

$$0.8 \times 10^3 = 800 \times 10 \times h_1 + 1000 \times 10 \times h_2$$

$$\Rightarrow 8h_1 + 10h_2 = 0.8(1)$$

از طرفی فاصله دو نقطه A و B برابر است با:

$$h_1 + h_2 = 0.6m(2)$$

$$\xrightarrow{(2) \times (-1)} \begin{cases} 8h_1 + 10h_2 = 0.8 \\ h_1 + h_2 = 0.6 \end{cases} \xrightarrow{\times (-10)} \begin{cases} 8h_1 + 10h_2 = 0.8 \\ -10h_1 - 10h_2 = -6 \end{cases}$$

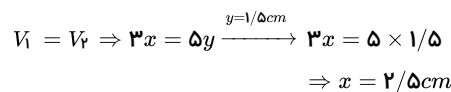
$$\Rightarrow -2h_1 = -0.8 \Rightarrow h_1 = 0.4m = 40cm$$

$$h_2 = 0.2m = 20cm$$



سوال ۶

مطابق شکل زیر، با ریختن روغن در لوله سمت چپ، جیوه در شاخه سمت راست بالا می‌آید به طوری که حجم جیوه جابه‌جا شده در دو طرف لوله یکسان خواهد بود، لذا داریم:


$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_l gh_l + P_o = \rho_v gh_v + P_o \Rightarrow \rho_l h_l = \rho_v h_v$$

$$\Rightarrow \circ/\lambda h_1 = 1^{\mathfrak{w}}/\mathfrak{f} \times (x+y) \xrightarrow[y=1/\Delta cm]{x=\mathfrak{V}/\Delta cm} \circ/\lambda h_1 = 1^{\mathfrak{w}}/\mathfrak{f} \times (\mathfrak{V}/\Delta + 1/\Delta) \\ \Rightarrow h_1 = \frac{1^{\mathfrak{w}}/\mathfrak{f} \times \mathfrak{F}}{\circ/\lambda} = \mathfrak{f} \lambda cm$$

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 0.8 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-3} = 4.8 \text{ kg}$$


سوال ۷

با برقراری جریان هوا در کانال بالای لوله‌ها، طبق معادله پیوستگی، چون سطح مقطع جریان عبور هوا از بالای لوله (۲) کمتر است، لذا تنذی جریان عبور هوا بیشتر است و در نتیجه طبق اصل برنولی، فشار در بالای لوله (۲) کمتر خواهد شد. لذا به دلیل به وجود آمدن اختلاف فشار در بالای لوله‌های (۱) و (۲)، ارتفاع مایع در لوله (۲) افزایش می‌یابد.

۸

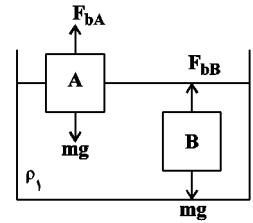
گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

چون هر دو جسم داخل مایع ساکن‌اند، پس داریم:

$$F_b = mg \xrightarrow{m_A = m_B} F_{bA} = F_{bB}$$



از طرفی چون A شناور و B غوطه‌ور است، چگالی جسم A کمتر از چگالی مایع و چگالی جسم B برابر چگالی مایع است.

$$\begin{cases} \rho_A < \rho_1 \\ \rho_B = \rho_1 \end{cases}$$

اکنون اگر دو جسم را داخل مایع ρ_v که $\rho_v = \frac{3}{4}\rho_1$ است قرار دهیم، داریم:

$$\rho_v < \rho_1 \xrightarrow{\rho_B = \rho_1} \rho_v < \rho_B$$

پس جسم B داخل مایع ρ_v پایین می‌رود و داریم:

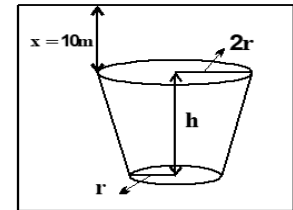
$$F'_{bB} < mg$$

چون $\rho_A < \rho_1$ و $\rho_v < \rho_1$ است، پس سه حالت داریم: اگر $\rho_A = \rho_v$ باشد، در این حالت جسم A داخل مایع ρ_v غوطه‌ور می‌شود، که در این صورت $F'_{bA} = mg$ خواهد شد. اگر $\rho_A < \rho_v$ باشد، در این حالت جسم A در سطح مایع ρ_v شناور می‌شود، در این صورت باز هم $F'_{bA} = mg$ خواهد شد.

اگر $\rho_A > \rho_v$ باشد، جسم A داخل مایع به پایین می‌رود و داریم:

$$F'_{bA} < mg$$

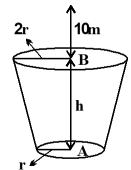
۹



گزینه درست: ۱

سوال ۹

گزینه «۱»



$$F_A = F_B \Rightarrow P_A A_A = P_B A_B$$

$$\xrightarrow[r_B = r_A]{r_B = 2r_A} P_A A_A = P_B 4A_A \Rightarrow P_A = 4P_B$$

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho gh$$

$$\xrightarrow{P_A = 4P_B} 3P_B = \rho gh \Rightarrow 3(\rho gx) = \rho gh$$

$$\Rightarrow 3 \times 10 = h \Rightarrow h = 30m$$

گزینه «۳»

اگر فشار کل در کف ظرف (P) دو درصد افزایش یابد به $۱/۰۲P$ خواهد رسید.
 ۲۰ سانتی متر مایع فشاری معادل $۱/۵$ سانتی متر جیوه بر کف ظرف وارد می‌کند.

$$(\rho_1 h_1) = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (1/0.125)(20) = 13/5 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 1/5 \text{ cm}$$

فشار کل برابر است با فشار حاصل از مایع به علاوه فشار هوا

$$P_1 = P_0 + P^* \Rightarrow P_1 = 75 + 1/5 = 76/5 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_1 + P^* \xrightarrow{P_2 = 1/0.2 P_1} 1/0.2 P_1 = P_1 + P^*$$

$$\Rightarrow 0.5 P_1 = P^* \xrightarrow{P_1 = 76/5 \text{ cmHg}}$$

$$P^* = (0.5 \times 76/5) \text{ cmHg}$$

حال برای پیدا کردن ارتفاع حاصل از مایع دوم، داریم:

$$(\rho^* h^*) = (\rho_2 h_2) \Rightarrow (13/5)(0.5 \times 76/5) = 0.2 h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{(13/5)(0.5)(76/5)}{0.2} = \frac{13/5 \times 76/5}{10} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V_2 = A h_2 = 10 \times \frac{13/5 \times 76/5}{10} = 1032/75 \text{ cm}^3$$

گزینه «۲»

با توجه به قانون گازهای آرمانی داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{فشار ثابت}}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = 273 + 57 = 330 \text{ K}}$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{3} V_1 = \frac{4}{3} V_1$$

$$\frac{V_1}{330} = \frac{\frac{4}{3} V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 440 \text{ K}$$

افزایش دمای گاز برابر است با:

$$\Delta \theta = \Delta T \Rightarrow \Delta \theta = 440 - 330 = 110 \text{ } ^\circ \text{C}$$

گزینه «۲»

در این مسئله m ، V و P گاز معلوم است. برای یافتن دمای گاز، از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم.

$$PV = nRT$$

برای حل ابتدا n را می‌یابیم:

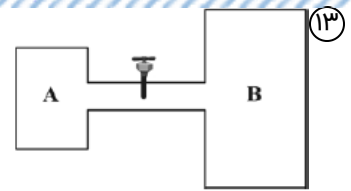
$$n = \frac{m}{M} \xrightarrow{m=4g, M=2g/mol} n = \frac{4}{2} = 2 \text{ mol}$$

حال داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{P=1 \times 10^5 \text{ Pa}, V=10^{-2} \text{ m}^3, n=2 \text{ mol}}$$

$$1 \times 10^5 \times 10^{-2} = 2 \times 8 \times T$$

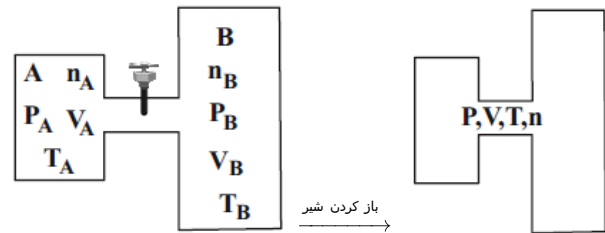
$$\Rightarrow T = 500 \text{ K} \xrightarrow{\theta = T - 273^\circ \text{C}} \theta = 227^\circ \text{C}$$



گزینه درست: ۱

سوال ۱۳

گزینه «۱»



با توجه به شکل‌ها دریابیم که تعداد مول‌های گاز در دو حالت ثابت می‌ماند:

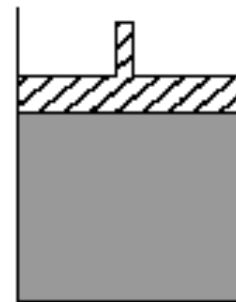
$$n_A + n_B = n$$

$$\frac{P_A V_A}{RT_A} + \frac{P_B V_B}{RT_B} = \frac{PV}{RT} \xrightarrow{T_A=T_B=273+27=300K, T=273+27=300K}$$

$$\frac{2 \times 4}{300} + \frac{1 \times 8}{300} = \frac{P \times 12}{300}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{300} = \frac{12P}{300} \Rightarrow P = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1/25 \text{ atm}$$

۱۴



گزینه درست: ۲

سوال ۱۴

«حمید زرین‌کفش»

۵۱. گزینه «۲»

چون پیستون آزادانه حرکت می‌کند، لذا فشار گاز ثابت می‌ماند و با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_2} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\xrightarrow{V_1=2L, T_1=27+273=300K, T_2=27+273=300K}$$

$$\frac{2}{300} = \frac{V_2}{360} \Rightarrow V_2 = 2/4L$$

تغییر حجم گاز برابر است با:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = 2/4 - 2 = 0/4L = 400 \text{ cm}^3$$

لذا حجم گاز ۴۰۰ cm^۳ افزایش می‌یابد.

۱۵

گزینه درست: ۴

سوال ۱۵

گزینه «۴»

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{n = \frac{m}{M}}$$

$$PV = \frac{m}{M}RT \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT}$$

حال با نوشتن رابطه چگالی بر حسب فشار و دمای مطلق به صورت مقایسه‌ای داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow{P_2 = P_1 - \frac{20}{100} P_1 = \frac{8}{10} P_1, T_1 = 273 + 27 = 300K, T_2 = 273 + 47 = 320K} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{8}{10} \times \frac{300}{320} = \frac{3}{4}$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times 100 = -25\%$$

چگالی گاز ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

۱۶

گزینه درست: ۳

سوال ۱۶

گزینه «۳»

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرد.

$$P_1 = 214 + 101 = 315 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 241 + 101 = 342 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

$$T_2 = ?$$

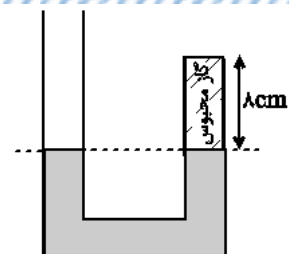
با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{342 \text{ kPa}}{315 \text{ kPa}} \right) (288 \text{ K}) \simeq 313 \text{ K}$$

$$\theta = T - 273 \Rightarrow \theta \simeq 313 - 273 = 40^\circ \text{ C}$$

(۱۷)



گزینه درست: ۱

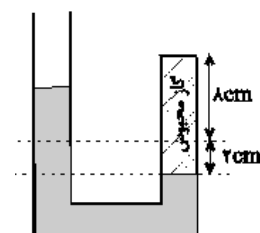
سوال ۱۷

گزینه «۱»

ابتدا با دقت در شکل، P ، h و T گاز محبوس داخل لوله را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P_1 = P_o = ۷۶ \text{ cmHg} \\ h_1 = \lambda \text{ cm} \\ T_1 = ۳۱ + ۲۷۳ = ۳۰۴ \text{ K} \end{cases}$$

وقتی دمای گاز را زیاد می‌کنیم، حجم گاز زیاد شده و در نتیجه جیوه را در لوله سمت راست، به طرف پایین هل می‌دهد. دقت کنید چون در صورت سؤال گفته شده که باید ۴ cm اختلاف سطح جیوه در دو طرف لوله ایجاد شود، در نتیجه جیوه در لوله سمت راست باید ۲ cm پایین آمده تا جیوه را در لوله سمت چپ ۲ cm بالا برده و در مجموع ۴ cm اختلاف سطح ایجاد شود. با این توضیحات، حالت نهایی مطابق شکل زیر خواهد شد:

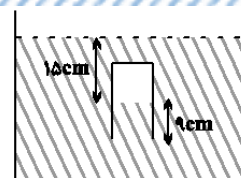


$$\begin{cases} P_2 = \widehat{P_o} + ۴ = ۸۰ \text{ cmHg} \\ h_2 = \lambda + ۲ = ۱۰ \text{ cm} \\ T_2 = ? \end{cases}$$

در نهایت رابطه قانون گازهای کامل را می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{۷۶ \times \lambda}{۳۰۴} = \frac{۸۰ \times ۱۰}{T_2} \Rightarrow T_2 = ۴۰۰ \text{ K}$$

$$\Rightarrow \Delta T = ۴۰۰ - ۳۰۴ = ۹۶ \text{ K} \xrightarrow{\Delta \theta = \Delta T} \Delta \theta = ۹۶^\circ \text{ C}$$

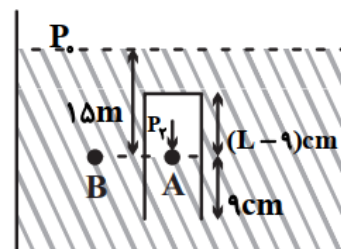


گزینه درست: ۴

سوال ۱۸

گزینه «۴»

اگر طول لوله را L فرض کنیم، قبل از وارد کردن لوله در آب، حجم هوای درون لوله برابر با $V_1 = LA$ و فشار آن برابر با $P_1 = P_0$ است. بعد از وارد کردن لوله در آب، ارتفاع هوای محبوس برابر با $h_2 = (L - 0.09)m$ است. در نتیجه حجم هوای محبوس در این حالت برابر با $V_2 = h_2 A = (L - 0.09)A$ و فشار هوای حبس شده، با توجه به شکل زیر برابر با $P_2 = P_A = P_B = P_0 + \rho gh$ است. بنابراین، با توجه به این که دما ثابت است، به صورت زیر طول لوله را می‌یابیم:



$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_0 \times LA = (P_0 + \rho gh) \times (L - 0.09)A$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_0 \times LA = (P_0 + \rho gh) \times (L - 0.09)A$$

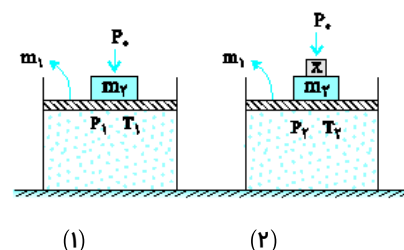


گزینه درست: ۱

سوال ۱۹

گزینه «۱»

در این مسأله، دمای گاز درون یک استوانه را از $T_1 = 300\text{ K}$ به $T_2 = 360\text{ K}$ افزایش داده‌ایم و می‌خواهیم مقدار جرم x را بیابیم که با افزودن آن، حجم ثابت بماند.



چون در دو حالت حجم گاز ثابت است، خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\text{حجم ثابت}} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad T_1 = 300\text{ K}, T_2 = 360\text{ K}$$

$$\frac{P_1}{300} = \frac{P_2}{360} \Rightarrow \frac{P_1}{5} = \frac{P_2}{6} \quad (1)$$

از طرف دیگر، فشار گاز محبوس در استوانه برابر است با مجموع فشار هوا و فشار حاصل از وزن تحمیل شده بر گاز، یعنی

$$P = P_0 + \frac{Mg}{A}$$

$$P_1 = P_0 + \frac{(m_1 + m_2)g}{A} \quad \xrightarrow{P_0 = 10^5\text{ Pa}, m_1 = 1\text{ kg}, m_2 = 2\text{ kg}}$$

$$P_1 = 10^5 + \frac{50}{5 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5\text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + \frac{(m_1 + m_2 + x)g}{A} = 10^5 + \frac{10(5 + x)}{5 \times 10^{-2}}$$

$$= 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x)$$

در نهایت داریم:

$$(1) : \frac{P_1}{5} = \frac{P_2}{6} \Rightarrow P_2 = \frac{6}{5}P_1 \Rightarrow 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x) = \frac{6}{5} \times 2 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 10^5 + 2 \times 10^4(5 + x) = 2/5 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^4(5 + x) = 1/5 \times 10^5 \Rightarrow 5 + x = 5 \Rightarrow x = 2\text{ kg}$$

در این فرایند، دما ثابت است. بنابراین رابطه بین فشار و حجم گاز داخل حباب به صورت زیر خواهد بود:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = P_0 + \rho gh \\ P_2 = P_0 \\ V_2 = 3V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (P_0 + \rho gh)(V_1) = (P_0)(3V_1)$$

$$\Rightarrow 2P_0 V_1 = \rho gh V_1 \Rightarrow 2P_0 = \rho gh$$

$$\Rightarrow 2 \times 100 \times 10^3 = 10^3 \times 10 \times h \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

۱

سوال ۱ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

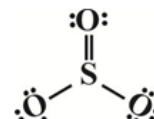
ساختار صحیح گزینه «۳»: مولکول اوزون: $\ddot{O} = \ddot{O} - \ddot{O}$

۲

سوال ۲ گزینه درست: ۴

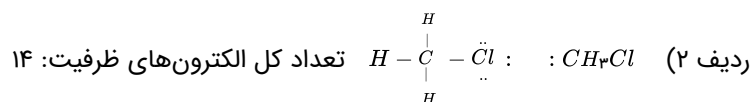
گزینه «۴»

اطلاعات درست تمام ردیف‌های نادرست به شرح زیر است:



ردیف (۱) SO_3 : تعداد کل الکترون‌های ظرفیت: ۲۴

تعداد کل الکترون‌های ناپیوندی: ۱۶- تعداد پیوندهای کووالانسی = ۴



تعداد کل الکترون‌های ناپیوندی: ۶- تعداد پیوندهای کووالانسی: ۴

ردیف (۳) CS_2 : $\ddot{\text{S}} = \text{C} = \ddot{\text{S}}$: تعداد کل الکترون‌های ظرفیت: ۱۶

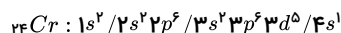
تعداد کل الکترون‌های ناپیوندی: ۸- تعداد پیوندهای کووالانسی: ۴

۳

سوال ۳ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

عبارت اول: درست. آرایش الکترونی کروم به صورت زیر است:



زیر لایه‌های $3d$ ، $3p$ و $4s$ دارای $n+l \geq 4$ هستند بنابراین ۱۲ الکترون با $n+l \geq 4$ در اتم کروم وجود دارد و ۵ الکترون با $l=2$ دارد.

$$\frac{12}{5} = 2\frac{4}{5}$$

عبارت دوم: درست. چهار عنصر از هشت عنصر دوره دوم یعنی Be ، B ، C و Ne در طبیعت یون پایدار ندارند.

عبارت سوم: درست. آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر گروه ۱۷ به صورت $\ddot{X}$ می‌باشد و عناصر فلوئور، کلر، برم و ید در طبیعت به

صورت مولکول‌های دو اتمی یافت می‌شوند. (تمرینات دوره‌ای سوال ۸)

عبارت چهارم: نادرست. فلزات با تبدیل شدن به کاتیون، شعاع و حجمشان کاهش می‌یابد.

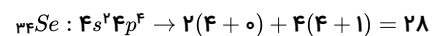
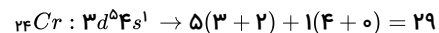
۴

سوال ۴ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

سی‌وسومین الکترون اتم هر عنصری در زیرلایه $4p$ قرار دارد که مجموع $n+l$ آن برابر $5 = 4+1$ است.

عناصر دوره چهارم جدول تناوبی که دارای ۶ الکترون ظرفیتی‌اند، ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{34}\text{Se}$ است که آرایش لایه ظرفیت آن‌ها به شکل زیر است:



۵

گزینه درست: ۲

سوال ۵

گزینه «۲»

حداکثر ۸ الکترون در لایه دوم وجود دارد و زیرلایه‌ای که حداکثر گنجایش ده الکترون دارد، زیرلایه d با $l = ۲$ است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: تعداد الکترون‌ها در هر زیرلایه از رابطه $4l + ۲$ به دست می‌آید.

گزینه «۳»: لایه الکترونی دوم دارای زیرلایه‌هایی با $l = ۰$ و $l = ۱$ است.

گزینه «۴»: حداکثر تعداد الکترون‌ها در لایه الکترونی سوم برابر ۱۸ است و تعداد عناصر دوره سوم جدول تناوبی برابر ۸ است.

۶

گزینه درست: ۱

سوال ۶

گزینه «۱»

فقط عبارت سوم نادرست است. بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: عنصری که در لایه ظرفیت خود تنها زیر لایه $4s$ را دارد؛ جزو عناصر دسته s است که ۷ عضو آن در گروه اول، ۶ عنصر آن در گروه دوم و ۱ عضو آن در گروه ۱۸ جای دارند. (مجموعاً ۱۴ عنصر)

عبارت دوم: در دوره چهارم در لایه ظرفیت عناصر گروه ۷ ($3d$ و $4s$) و گروه ۱۷ ($4d$ و $5s$) هفت الکترون ظرفیت وجود دارد که به ترتیب در اولی، آخرین زیر لایه‌ای که الکترون گرفته است زیر لایه $3d$ است که دارای ۵ الکترون و در دومی زیر لایه $4p$ دارای ۵ الکترون است.

عبارت سوم: آرایش الکترونی $4s$ به صورت زیر است:

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{1s^2} & \underline{2s^2} & \underline{2p^2} & \underline{3s^2} & \underline{3p^2} \\ (1+0) + (2+0) + (2+1) + (3+0) + (3+1) = 13 \end{array}$$

عبارت چهارم: در لایه سوم زیر لایه‌های $3s, 3p, 3d$ جای دارند که در آرایش الکترونی عناصر ابتدا $3s$ سپس $3p$ و در آخر $3d$ الکترون می‌گیرند و اگر قرار باشد در لایه سوم ۱۲ الکترون جای بگیرد باید زیر لایه $3d$ در خود ۴ الکترون داشته باشد که طبق داده‌های طیف‌سنجی چنین نیست.

۷

گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

ابتدا با توجه به توضیحات بیان شده، عناصر مدنظر را پیدا می‌کنیم.

عناصر B همان C است $B : 1s^2, 2s^2, 2p^2 \rightarrow C$

مجموع الکترون‌ها با $I=0$

↑

$C : 1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^4$ (۱۰ - ۶)

↓

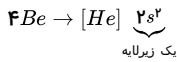
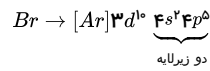
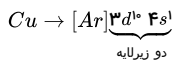
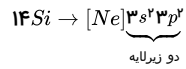
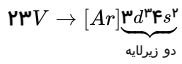
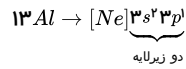
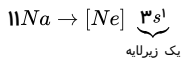
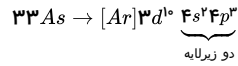
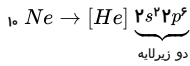
مجموع الکترون‌ها با $I=1$

$$\ddot{S} = C = \ddot{S}$$

ترکیب: CS_2 نوع پیوند: کووالانسی

گزینه «۲»

الکترون‌های لایه ظرفیت هر اتم، رفتار شیمیایی آن اتم را تعیین می‌کنند.



گزینه «۳»

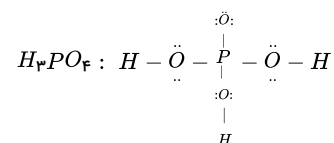
مورد اول: نادرست. آرایش الکترون نقطه‌ای Y که همان فسفر است به صورت مقابل است. $\vec{P}$.مورد دوم: درست. A (عنصر B) به همراه D (عنصر کربن) و X (عنصر سیلیسیم) یون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهند. $\frac{3}{6} = 50$ مورد سوم: درست. عنصر E (عنصر نیتروژن) به زیر لایه $2p^3$ ختم می‌شود.

$$\begin{matrix} n = 2 \\ l = 1 \end{matrix} \xrightarrow{\text{تعداد الکترون ۳}} 3(n+l) \Rightarrow 3(2+1) = 9$$

مورد چهارم: نادرست. عنصر بور دارای یون تک اتمی پایدار در طبیعت نیست و کاتیون B^{3+} تشکیل نمی‌دهد.

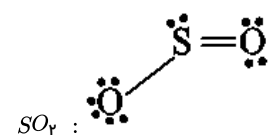
گزینه «۲»

ساختار لوویس مولکول‌های داده شده به صورت زیر است:



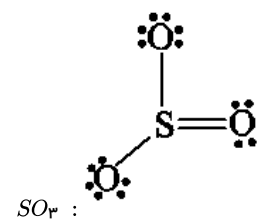
۱۸ = الکترون ناپیوندی

۱۴ = الکترون پیوندی



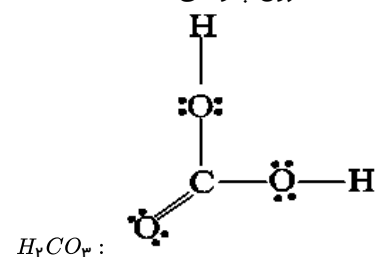
۱۲ = الکترون ناپیوندی

۶ = الکترون پیوندی



۱۶ = الکترون ناپیوندی

۸ = الکترون پیوندی



۱۲ = الکترون ناپیوندی

۱۲ = الکترون پیوندی

بنابراین مولکول SO_3 برخلاف H_2CO_3 ، ۱۶ الکترون ناپیوندی دارد و نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار آن، برابر ۴ است.

گزینه «۳»

در دوره سوم جدول تناوبی دو عنصر Mg و S دارای دو الکترون جفت نشده در ساختار الکترون - نقطه‌ای خود می‌باشند. با توجه به اینکه در عنصر Z عدد جرمی دو برابر عدد اتمی است، پس عدد جرمی را در عناصر منیزیم و گوگرد به دست می‌آوریم:

$$A_{Mg} = 2 \times 12 = 24$$

$$A_S = 2 \times 16 = 32$$

شمار نوترون‌ها در یک مول از منیزیم برابر با ۱۲ مول و یک مول از گوگرد برابر با ۱۶ مول است. حال به ترتیب محاسبه می‌کنیم که ۱۲ و ۱۶ مول CO_2 معادل با چند گرم از این ماده است.

$$?g CO_2 : 12 mol CO_2 \times \frac{44g CO_2}{1 mol CO_2} = 528g CO_2$$

$$?g CO_2 : 16 mol CO_2 \times \frac{44g CO_2}{1 mol CO_2} = 704g CO_2$$

همچنین در آخر باید توجه داشته باشید که عنصر منیزیم در واکنش با اکسیژن الکترون مبادله می‌کند و عنصر گوگرد الکترون به اشتراک می‌گذارد.

گزینه «۱»

آرایش الکترونی دو عنصر M و A به صورت زیر است:

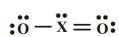
$${}_{24}M : \underbrace{1s^2}_{l=0} \underbrace{2s^2}_{l=0} \underbrace{2p^6}_{l=1} \underbrace{3s^2}_{l=0} \underbrace{3p^6}_{l=1} \underbrace{3d^5}_{l=2} \underbrace{4s^1}_{l=0}$$

$$\rightarrow \begin{cases} I = 112 = \text{تعداد الکترون های با } \\ I = 2 \text{ یا } I = 0 \text{ = 12 = تعداد الکترون های با } \end{cases}$$

$${}_{28}A : \underbrace{1s^2}_{l=0} \underbrace{2s^2}_{l=0} \underbrace{2p^6}_{l=1} \underbrace{3s^2}_{l=0} \underbrace{3p^6}_{l=1} \underbrace{3d^8}_{l=2} \underbrace{4s^2}_{l=0}$$

$$\rightarrow \begin{cases} I = 112 = \text{تعداد الکترون های با } \\ I = 2 \text{ یا } I = 0 \text{ = 16 = تعداد الکترون های با } \end{cases} \quad (\text{حذف گزینه های ۳ و ۴})$$

عنصر M دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. X در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و این عنصر هم در لایه ظرفیت خود ۶ الکترون دارد؛ در حالی که در لایه ظرفیت vD ، ۵ الکترون دیده می‌شود. عنصرهای X و D به ترتیب می‌توانند مواد XO_2 و $(DO_2 \text{ یا } D_2O)$ را تولید کنند که ویژگی ذکر شده تنها در مورد XO_2 صدق می‌کند.



گزینه «۲»

آرایش الکترونی کروم و مس به صورت زیر است که الکترون‌های $3d$ و $4s$ الکترون‌های ظرفیتی هستند.

$${}_{24}Cr : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

$${}_{29}Cu : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست - در لایه سوم کروم و مس به ترتیب ۱۳ و ۱۸ الکترون وجود دارد که اختلاف آنها برابر ۵ است.

عبارت دوم: درست - در لایه ظرفیت کروم و مس به ترتیب ۶ و ۱۱ الکترون وجود دارد که اختلاف آنها برابر ۵ است.

عبارت سوم: نادرست - مجموع تعداد الکترون آنها در زیرلایه s آنها برابر ۱۴ است.

عبارت چهارم: درست - در زیرلایه d مس ۱۰ الکترون و در کروم ۵ الکترون وجود دارد.

عبارت پنجم: درست - هر دو نماد دو حرفی Cr و Cu دارند و در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند.

۱۴

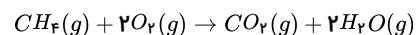


گزینه درست: ۳

سوال ۱۴

گزینه «۳»

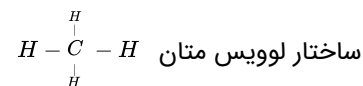
با توجه به معادله موازنه شده سوختن کامل متان:



مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر است. (درستی عبارت الف)

اگر گاز A (اکسیژن) کاهش یابد رنگ شعله از آبی به زرد تغییر می‌کند و به جای کربن دی‌اکسید، کربن مونوکسید حاصل می‌شود برای تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی از کلسیم اکسید و منیزیم اکسید که اکسید بازی هستند استفاده می‌شود. (درستی عبارت‌های ب و ج)

ساختار لوویس کربن دی‌اکسید: $O = C = O$



بنابراین هر دو ۴ جفت الکترون پیوندی دارند.

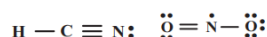
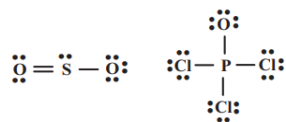
۱۵

گزینه درست: ۳

سوال ۱۵

گزینه «۳»

ساختار لوویس گونه‌های داده شده در گزینه «۳» به شکل زیر است:



بنابراین تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در $POCl_3$ و HCN با هم برابر بوده و SO_2 و NO_2 نیز تعداد پیوندهای اشتراکی یکسانی دارند. توجه داشته باشید که NO_2 دارای یک الکترون ناپیوندی تنها است و روی اتم‌های اکسیژن دارای جفت الکترون ناپیوندی است.

گزینه «۴»

فقط مورد «اول» نادرست است. بررسی موارد:

مورد اول) آرایش الکترونی برخی اتمها از قاعده آفبا پیرونی نمی‌کند و با توجه به داده‌های طیف سنجی تعیین می‌شود. مانند اتمهای کروم (${}_{24}Cr$) و مس (${}_{45}Cu$). آرایش الکترونی اتم ${}_{24}Cr$ براساس قاعده آفبا به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$ است.

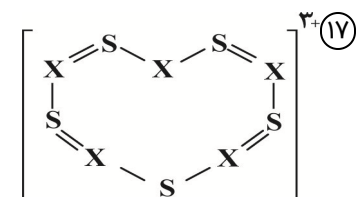
مورد دوم) با توجه به این که $n+l$ برای زیرلایه $5s$ برابر ۵ و برای زیرلایه $4f$ برابر ۷ است، بنابراین زیرلایه $5s$ هرچند در مقایسه با $4f$ در لایه دورتری از هسته قرار دارد، اما سطح انرژی آن از $4f$ کمتر است.

مورد سوم) آرایش الکترونی اتم ${}_{25}Mn$ به صورت: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$ است و این اتم دارای ۱۲ الکترون با $l=1$ (p) و ۵ الکترون

با $l=2$ (d) می‌باشد. بنابراین، نسبت شمار الکترونهای دارای $l=1$ به $l=2$ برابر $2/4$ است ($\frac{12}{5} = 2/4$).

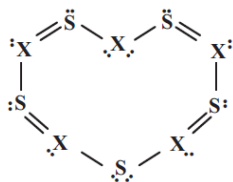
مورد چهارم) آرایش الکترونی اتم ${}_{29}Cu$ به صورت: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$ است و این اتم دارای ۷ الکترون با $l=0$ (s) می‌باشد و

آرایش الکترونی اتم ${}_{19}K$ به صورت: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$ می‌باشد که این اتم نیز همانند اتم ${}_{29}Cu$ ۷ الکترون با $l=0$ (s) دارد.



گزینه «۱»

ابتدا همه اتمها را با گذاشتن الکترونهای ناپیوندی، هشت الکترونی می‌کنیم.



$$\text{مجموع الکترونهای ظرفیت اتمها} = 5(6) + 5(x) = 30 + 5x$$

$$28 + 24 = 52 = \text{مجموع الکترونهای پیوندی و ناپیوندی در یون}$$

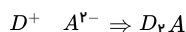
$$(30 + 5x) - 52 = +3 \Rightarrow x = 5$$

اتم X دارای ۵ الکترون ظرفیت است پس باید عنصر N باشد.

گزینه «۴»

عنصر C همان آرگون است. بنابراین عنصر A گوگرد، B کلر، D پتاسیم و E کلسیم است.

چون A از گروه ۱۶ بوده یون پایدار آن به صورت A^{2-} و D عنصری از گروه ۱ می‌باشد که یون پایدار آن به صورت D^+ است. لذا داریم:



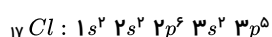
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ چون عناصر D و E در گروه ۱ و ۲ جدول تناوبی قرار دارند لذا از عناصر دسته s می‌باشند.

(۲) درست؛ A در گروه ۱۶ و B در گروه ۱۷ قرار دارد و در مولکول AB_2 عنصر A اتم مرکزی می‌باشد.



(۳) درست؛ عنصر B همان ${}_{17}Cl$ می‌باشد که با رسم آرایش الکترونی آن داریم:

در آخرین زیرلایه آن $5e^-$ وجود دارد.

۱۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱۹

گزینه «۲»

تنها دو ترکیب به نادرستی نام‌گذاری شده‌اند که نام‌گذاری صحیح آنها به صورت زیر است:

- منیزیم نیترات: $Mg(NO_3)_2$

- لیتیم نیتريد: Li_3N

۲۰

گزینه درست: ۱

سوال ۲۰

گزینه «۱»

فرمول شیمیایی ترکیب‌های منیزیم نیتريد، باریم سیانید و روی فسفات درست است. بررسی فرمول‌های نادرست:

گالیم کلريد: $GaCl_3$

مس (II) سولفید: CuS

کبالت (III) سولفات: $Co_2(SO_4)_3$